



คณิตศาสตร์เพื่อการประเมินคุณภาพน้ำในประเทศไทย
Mathematics for Water Quality Assessment in Thailand

ผศ.ดร.นพรัตน์ โพธิ์ชัย

นักวิจัยศูนย์ความเป็นเลิศด้านคณิตศาสตร์

อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง



สารบัญ

บทที่ 1 คณิตศาสตร์เพื่อการตรวจวัดมลพิษในแหล่งน้ำ	3
บทที่ 2 กระบวนการอุทกพลวัตในแม่น้ำ	9
บทที่ 3 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการประเมินคุณภาพน้ำ	19
บทที่ 4 ผลงานวิจัยเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการประเมินคุณภาพน้ำ	25
เอกสารอ้างอิง	30

บทที่ 1

คณิตศาสตร์เพื่อการตรวจวัดมลพิษในแหล่งน้ำ

คณิตศาสตร์นั้นเข้าไปเกี่ยวข้องกับปัญหาการประเมินคุณภาพน้ำ (Water Quality Assessment) โดยจำลองแบบของปัญหาออกมาเป็นสมการทางคณิตศาสตร์คือ ตัวแบบคุณภาพน้ำ (Water Quality Model) ซึ่งในปัจจุบันตัวแบบถูกพัฒนาออกไปมากมาย โดยมักจะขึ้นกับปัจจัยที่แตกต่างกันออกไป เช่น ธรรมชาติของการตรวจวัด ได้แก่ ค่าความต้องการออกซิเจนทางชีวเคมี (Biochemical Oxygen Demand: BOD) ออกซิเจนละลาย (Dissolved Oxygen Demand: DO) หรือปัจจัยทางด้านประเภทของมลพิษ ได้แก่ สารอาหาร (Nutrients) สารพิษ (Toxic) โลหะหนัก (Metals) หรือปัจจัยจากลักษณะทางกายภาพของแหล่งน้ำ ได้แก่ แม่น้ำ ปากแม่น้ำ อ่างเก็บน้ำ ทะเลสาบ ฯลฯ ซึ่งการพัฒนาตัวแบบออกไปมากมายเช่นนี้ก็เนื่องด้วยในแต่ละพื้นที่ ในแต่ละแหล่งน้ำ ในแต่ละชุมชนมีปัญหาแตกต่างกันออกไป บางแห่งมีปัญหามลพิษในแหล่งน้ำเป็นอย่างหนึ่ง มีลักษณะธรรมชาติของแหล่งน้ำเป็นแบบหนึ่ง และชุมชนมีความต้องการปกป้องตนเองจากมลพิษในอีกแง่หนึ่ง ดังนั้นตัวแบบที่นักคณิตศาสตร์ต้องเลือกใช้นั้น จะต้องเลือกเฟ้นออกมาอย่างถูกต้องตามปัจจัยต่างๆ ด้วยความแม่นยำ

เหตุที่นักคณิตศาสตร์กลุ่มหนึ่งมุ่งพัฒนาตัวแบบคุณภาพน้ำนั้น สืบเนื่องมาจากประชากรโลก และนักวิทยาศาสตร์ได้หันมาให้ความสำคัญกับสิ่งแวดล้อมเป็นอันมาก เพราะความคำนึงถึงอนาคตของตนเองและลูกหลาน นักวิทยาศาสตร์สิ่งแวดล้อมต้องทำการประเมินคุณภาพน้ำ ด้วยการเก็บข้อมูลภาคสนามในแหล่งน้ำนั้นๆ แล้ว นำข้อมูลที่ได้ไปวิเคราะห์เพื่อหาสาเหตุหรือที่มาแห่งมลพิษ แต่อุปสรรคสำคัญมิใช่อื่นใดนอกจาก **งบประมาณ** (Chapra, 1997) ซึ่งเป็นขวากหนามอันใหญ่ยิ่งสำหรับกระบวนการทั้งหลายเหล่านี้

กล่าวคือในการประเมินคุณภาพน้ำ ย่อมหลีกเลี่ยงไม่ได้ที่จะต้องมีการเก็บข้อมูลภาคสนาม หลังจากเก็บข้อมูลในแหล่งน้ำนั้นๆ ได้กว้างพอและอยู่ภายในห้วงเวลาที่ต้องการศึกษาแล้ว จะต้องนำข้อมูลเหล่านั้นมาวิเคราะห์ โดยทั้ง 2 ขั้นตอนนี้จำเป็นต้องใช้เวลา กำลังคน และงบประมาณเป็นจำนวนมาก จึงเป็นเหตุให้นักวิทยาศาสตร์จำต้องหาทางออกอื่นๆ เพื่อการบริหารจัดการคุณภาพน้ำ (Water-Quality Management) โดยหนึ่งในคำตอบของปัญหาดังกล่าวคือการเลือกใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งนอกจากจะต้องระดมสรรพความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างกว้างขวางและหลากหลายแล้วยังต้องใช้ทรัพยากรในการคำนวณอย่างมหาศาลอีกด้วย

ในยุคปัจจุบัน ปัญหานี้ นักคณิตศาสตร์สามารถเลือกใช้ความรู้ทางวิทยาการคอมพิวเตอร์ โดยซอฟต์แวร์และฮาร์ดแวร์อันทรงประสิทธิภาพได้อย่างหลากหลาย เพื่อกำหนดกรอบงานตัวแบบคอมพิวเตอร์ (Computer-Modeling Frameworks) โดยอาจมีความยุ่งยากและจำเป็นต้องเสียงบประมาณในระยะแรก แต่หากเทียบกับผลลัพธ์ที่จะได้ในระยะยาวแล้วนั้น การจำลองแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Simulation) กลับสามารถตอบโจทย์ได้อย่างเบ็ดเสร็จ โดยผลลัพธ์ที่ได้มีความคล่องตัวรวดเร็ว อีกทั้งสามารถคืนทุน ลดงบประมาณได้อย่างยิ่งยวด แต่หากลองมองย้อนไปในอดีตกาล ปัญหาเครื่องมือเครื่องมือในการคำนวณเหล่านี้ กลับเป็นปัญหาที่ยากเย็นเฉียวใจยิ่งตั้งจะนำเรียนต่อไปดังนี้

พัฒนาการของตัวแบบคุณภาพน้ำ (Development of Water-Quality Models)

ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการประเมินคุณภาพน้ำนั้นถือว่ายังใหม่นักในวงการคณิตศาสตร์ เพราะเนื่องด้วยตัวแบบได้ถูกพัฒนาขึ้นในต้นศตวรรษที่ 20 นี้เอง โดยผู้เขียนจะขอแบ่งออกเป็น 4 ยุคสมัยหลัก โดยแต่ละยุคจะถูกแบ่งออกไปตามความสามารถของเครื่องมือเครื่องมือในการคำนวณและปัจจัยที่นักวิทยาศาสตร์สิ่งแวดล้อมคำนึงถึงในยุคนั้นๆ

ยุคบุกเบิก

งานวิจัยที่ทรงอิทธิพลต่อการพัฒนาตัวแบบคุณภาพน้ำต่างๆ อย่างต่อเนื่องมาจวบจนถึงปัจจุบันคือ เมื่อ ค.ศ. 1925 สองนักคณิตศาสตร์ สตรีทเตอร์ (Streeter) และฟาร์เพลส (Phelps) ได้พยายามหาความสัมพันธ์ของตรรกะชีวัดคุณภาพน้ำ ได้แก่ ค่าความต้องการออกซิเจนทางชีวเคมี (BOD) และค่าออกซิเจนละลาย (DO) โดยเป็นความสัมพันธ์ที่แปรผันตามเวลา โดยทั้งสองมุ่งศึกษาคุณภาพน้ำในแม่น้ำโอไฮโอ ในประเทศสหรัฐอเมริกา (Streeter and Phelps, 1925) ตามคำสั่งของกระทรวงสาธารณสุข แต่ด้วยแม่น้ำโอไฮโอเป็นแม่น้ำขนาดใหญ่ โดยระยะกว้างสุดของแม่น้ำโอไฮโอนั้นมีความกว้างกว่า 1 ไมล์ หรือประมาณ 1.6 กิโลเมตร ดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 แม่น้ำโอไฮโอ ประเทศสหรัฐอเมริกา ช่วงที่มีความกว้างมากที่สุด 1.6 กิโลเมตร

โดยทั้งสองได้สร้างตัวแบบออกมาในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (Partial Differential Equation) ดังนี้

$$\frac{\partial D}{\partial t} = k_1 t - k_2 D$$

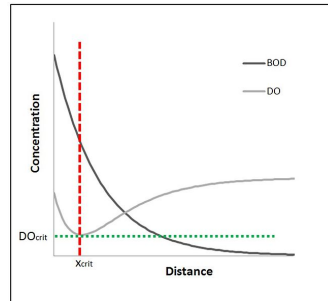
กล่าวคือทั้งสองได้ให้สมมติฐาน อัตราการขาดออกซิเจน (Total Change in Oxygen Deficit: D) เท่ากับ ผลต่างระหว่างอัตราของการย่อยหรือของออกซิเจน (Deoxygenation) และ อัตราการเติมออกซิเจนซ้ำ (Reaeration) ณ เวลาใดๆ

ทั้งสองได้กำหนดข้อจำกัดต่างๆเพื่อให้ตัวแบบลดความซับซ้อนลง อีกทั้งผลเฉลยที่ได้ถูกจำกัดอยู่ในสถานะคงตัว (Steady State) เท่านั้น ข้อจำกัดของตัวแบบสตรีทเตอร์-พาร์พส์นั้น อยู่บนสมมติฐานที่มีจุดปล่อยมลพิษเป็นเพียงจุดเดียว (Single Input) ในแต่ละภาคตัดของแม่น้ำ โดยไม่ได้คำนึงถึงการลดลงของค่าบีโอดีเนื่องจากการนอนก้น (BOD Removal by Sedimentation) ซึ่งบีโอดีที่แขวนลอยจะแปรเปลี่ยนไปสู่สถานะสารละลาย (Dissolved State) โดยตะกอนบีโอดีเหล่านี้ประกอบด้วยสิ่งมีชีวิตขนาดเล็กที่มีความต้องการออกซิเจนเพื่อการสังเคราะห์แสงและการหายใจ ซึ่งส่งผลกระทบต่อคุณภาพของออกซิเจน กล่าวคือมีผลกระทบต่อคุณภาพน้ำนั่นเอง ดังรูปที่ 2

โดยในขณะนี้นักคณิตศาสตร์ทั้งหลายมีเป้าหมายคือมุ่งพยายามจำลองแบบการตรวจวัดระดับของบีโอดีและดีโอใน ทางน้ำ ปากแม่น้ำ หรือการพัฒนาตัวแบบเพื่อการตรวจวัดสิ่งมีชีวิตอื่นๆ เช่น แบคทีเรีย (O'Connor, 1962) อีกด้วย

อย่างไรก็ดี ในขณะนั้นยังไม่มีคอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณเช่นในปัจจุบัน ผลเฉลยที่ได้ยังคงอยู่ในรูปแบบปิด (Closed Form) นั่นคือการประยุกต์ใช้ยังคงถูกจำกัดในรูปจลนพลศาสตร์เชิงเส้น (Linear Kinetics) โดยพื้นที่จำลองแบบได้ต้องเป็นพื้นที่ซึ่งมีรูปทรงเป็นทรงเรขาคณิตในหนึ่งมิติ

(One-dimension) และตัวแบบต้องอยู่ในสถานะคงตัวเท่านั้น ทั้งหมดทั้งปวงก็เนื่องมาจากยังไม่มีเครื่องมือเครื่องมือที่ดีพอที่จะมารองรับการคำนวณอันหนักหน่วงตามความซับซ้อนของธรรมชาติได้อย่างที่ต้องการ



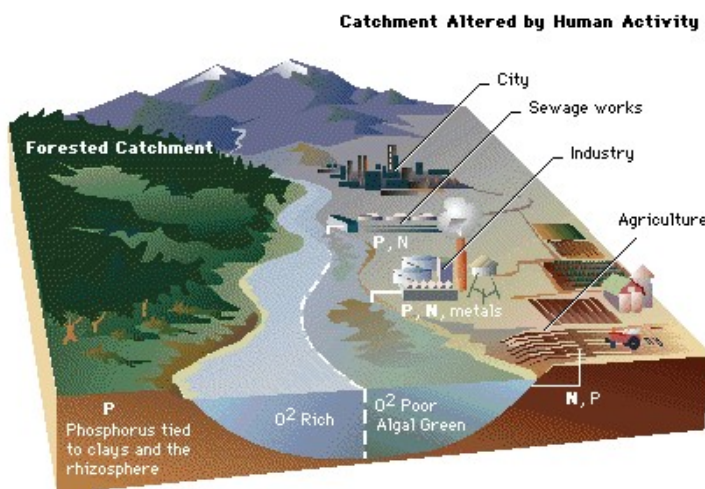
รูปที่ 2 ความเข้มข้นของ BOD และ DO จากตัวแบบสตรีทเทอร์-พาร์พลินแม่น้ำโอไฮโอ

ยุคเฟื่องฟู

ต่อมาในยุค ค.ศ.1960 ดิจิตอลคอมพิวเตอร์ได้ถูกพัฒนาขึ้นและเริ่มถูกนำไปใช้ในหน่วยงานต่างๆอย่างกว้างขวาง ซึ่งเป็นประโยชน์เหลือคณานับต่อตัวแบบคุณภาพน้ำที่ถูกพัฒนาเอาไว้ก่อนหน้านี้ และถึงเวลาที่จะถูกนำไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาสิ่งแวดล้อมได้อย่างจริงจังจริงๆ คอมพิวเตอร์ในยุคนั้นอาจไม่ได้แคล่วคล่องเหมือนในปัจจุบัน แต่ก็สามารถช่วยลดภาระการคำนวณในการหาผลเฉลยเชิงตัวเลข (Numerical Solutions) ของสมการในตัวแบบที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้นได้อย่างไม่เคยมีมาก่อน เช่น ความซับซ้อนของพื้นที่แหล่งน้ำจริงๆ ตามธรรมชาติที่มีได้มีรูปทรงเป็นรูปเรขาคณิตอย่างง่ายแต่อย่างใด อีกทั้งมีความซับซ้อนทางจลนพลศาสตร์ (Complicated System Kinetics) ที่สำคัญเป็นอย่างยิ่งคือตัวแบบถูกพัฒนาให้หาสามารถผลเฉลยเชิงตัวเลขได้บนสภาวะไม่คงตัว (Unsteady State) ซึ่งเป็นปัญหาที่แบบจำลองสามารถคำนวณได้อย่างแปรผันไปตามเวลา (Time-Variable Simulation) อีกทั้งมีการขยายแนวความคิดจากระบบที่เป็นการจำลองแบบในหนึ่งมิติไปเป็นการจำลองแบบในสองมิติ (Two-Dimension) อีกด้วย ดังนั้น ตัวแบบจึงสามารถนำไปใช้จำลองแบบในพื้นที่ซึ่งมีลักษณะเป็นแหล่งน้ำกว้าง (O'Connor, 1960) เช่น อ่างเก็บน้ำ (Reservoir) หรืออ่าว (Bay) ได้อีกด้วย โดยในยุคนี้นับเป็นพัฒนาการอย่างก้าวกระโดดในการนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในปัญหาคุณภาพน้ำได้จริงๆ

ยูคยูโทรฟิเคชัน

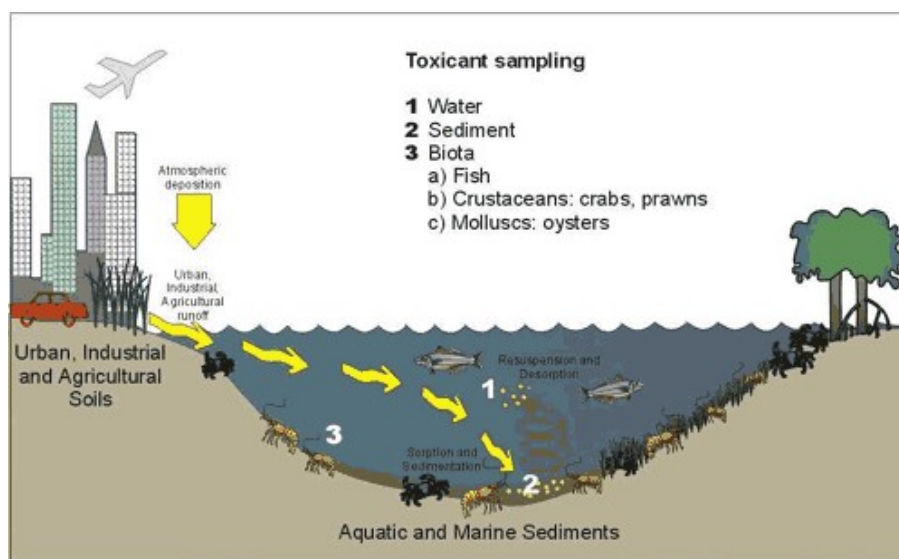
ในยุค ค.ศ. 1970 เป็นต้นมา ได้มีนักวิทยาศาสตร์สิ่งแวดล้อมได้เสนอมุมมองใหม่ๆ แทนที่ปัญหาคุณภาพน้ำแบบดั้งเดิมที่มีอยู่ จากแนวคิดเดิมที่มุ่งชี้ไปว่าสาเหตุแห่งการเพิ่มขึ้นของมลพิษในแหล่งน้ำมีมูลเหตุมาจากปริมาณมลพิษ ณ จุดปล่อยเพียงประการเดียว แต่มีข้อสังเกตว่ามีหลายตัวแบบที่ถูกนำไปใช้ในบางพื้นที่แม้จะมีการควบคุมปริมาณมลพิษ ณ จุดปล่อยเป็นอย่างดีแล้ว แต่ระดับคุณภาพน้ำที่เก็บข้อมูลจริงและผลลัพธ์ที่คำนวณได้จากตัวแบบไม่สอดคล้องกัน อีกทั้งคุณภาพน้ำยังเสื่อมโทรมลง จึงมีนักวิทยาศาสตร์สิ่งแวดล้อมเสนอแนวคิดที่ว่าตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เหล่านี้จะต้องมีการคำนึงถึงปัจจัยที่เกิดจากปรากฏการณ์ **ยูโทรฟิเคชัน (Eutrophication)** ซึ่งเป็นหนึ่งในผลกระทบที่โลกได้รับจากปัญหาภาวะโลกร้อน กล่าวคือปรากฏการณ์ที่ปริมาณน้ำและปริมาณของแหล่งน้ำลดลงแล้วส่งผลให้ระดับความเข้มข้นของไนโตรเจนและฟอสฟอรัสสูงขึ้น ดังนั้นตัวแบบจึงถูกพัฒนาในอีกแง่มุมหนึ่งที่มีความซับซ้อนมากขึ้นไปเป็นจลนพลศาสตร์ไม่เชิงเส้น (Nonlinear Kinetics) โดยตัวแบบขยายแนวคิดออกไปว่าคุณภาพน้ำจะดีหรือไม่นั้น มิได้ขึ้นกับบีโอดีหรือดีโอ และปริมาณของเสีย ณ จุดปล่อย แต่มาจากปริมาณสารอาหาร (Nutrients) และปรากฏการณ์ยูโทรฟิเคชัน (Chen, 1970) หากมองในแง่ของนักคณิตศาสตร์คือมลพิษมิได้มาจากตำแหน่ง ณ จุดปล่อยเพียงอย่างเดียว แต่มาจากแหล่งไร้จุด (Non-Point Source) อีกด้วย ดังรูปที่ 3



รูปที่ 3 ปรากฏการณ์ยูโทรฟิเคชัน

ยุคปัจจุบัน

เนื่องด้วยการเจริญเติบโตของภาคอุตสาหกรรมในปัจจุบันทำให้มีการขยายพื้นที่โรงงานอุตสาหกรรมออกไปเป็นวงกว้าง สารเคมีที่ใช้ผลิตสินค้าอุปโภค บริโภค พาหนะ อุปกรณ์ อิเล็กทรอนิกส์ ฯลฯ ล้วนแล้วแต่จำเป็นต้องปล่อยมลพิษที่เป็นสารพิษมากยิ่งขึ้น นักวิทยาศาสตร์สิ่งแวดล้อมในปัจจุบันมีความวิตกกังวลต่อผลกระทบดังกล่าวเป็นอย่างยิ่ง ดังนั้นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในยุคปัจจุบันจึงมุ่งสร้างสรรค์และพัฒนาตัวแบบสารพิษ (Toxic-Substance Modeling) (Thomann and Di Toro, 1983) เช่น ตัวแบบสารพิษในน้ำที่มีการไหล (Toxicant Modeling in Flowing Waters) อันตรกิริยาห่วงโซ่สารพิษ-อาหาร (Toxicant/Food-Chain Interactions) รังสีนิวไคลด์ (Radionuclides) โลหะหนัก (Metals) โดยสารพิษเหล่านี้เป็นประเด็นที่น่ากังวลใจเป็นอย่างยิ่ง เนื่องจากสารพิษเหล่านี้มีผลกระทบต่อการดำรงชีวิตของประชาชนโดยตรง และโดยอ้อม เพราะปัจจัยเหล่านี้มีผลต่อสารอินทรีย์ขนาดเล็กๆ เช่น แพลงก์ตอนพืช (Phytoplankton) และ ซากสลาย (Detritus) ซึ่งมักปะปนไปกับการอุปโภคบริโภคของสัตว์เลื้อยและสัตว์น้ำที่เป็นอาหาร ซึ่งมนุษย์อาจจะรับเข้าไปโดยไม่รู้ตัว ดังรูปที่ 4



รูปที่ 4 การเก็บตัวอย่างคุณภาพน้ำในยุคปัจจุบันซึ่งไม่ได้เก็บแต่น้ำหรือตะกอนตัวอย่าง แต่ต้องเก็บสิ่งมีชีวิตที่อาจได้รับสารพิษไปตรวจสอบอีกด้วย

บทที่ 2

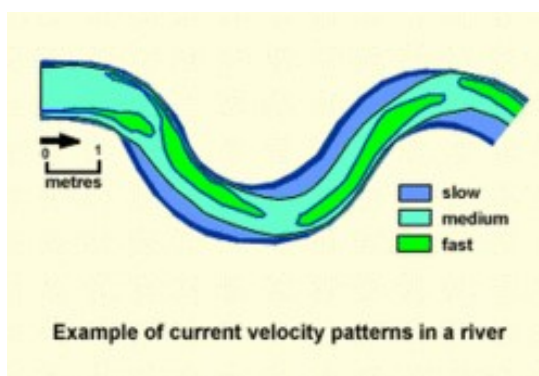
กระบวนการอุทกพลวัตในแม่น้ำ (Hydrodynamic process in rivers)

การไหลของแม่น้ำ (River flow)

แม่น้ำและลำธารถูกจำแนกลักษณะทางกายภาพโดยพิจารณาที่ความต่อเนื่องของการไหล เนื่องจากการไหลของกระแสน้ำนั้นมีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการไหลของระบบ ทั้งยังมีพลวัตสูง (very dynamic) โดยเห็นได้ว่าการไหลจะมีการผันแปรเกือบตลอดเวลา อย่างไรก็ตามโดยทั่วไปเรามักจะมุ่งพิจารณาไปตามการไหลตามลำน้ำ (downstream flow) ปัจจัยที่มีต่อการไหลของชายฝั่ง และสิ่งต่างๆ ที่อยู่ภายในลำน้ำล้วนแล้วแต่มีความสำคัญยิ่ง ยิ่งไปกว่านั้นการเคลื่อนตัวของน้ำนั้นส่งผลต่อการกระจายตัวของสารอาหาร แก๊ส และสิ่งมีชีวิตขนาดเล็กๆ เช่นแพลงก์ตอนสัตว์ การเคลื่อนไหลมวลน้ำและตะกอนในลำน้ำนั้นล้วนแล้วแต่เป็นกระบวนการที่เกี่ยวกับลำน้ำทั้งสิ้น (fluvial processes)

กระแสน้ำ (The Current)

กระแสน้ำในลำน้ำถูกนิยามโดยการเคลื่อนที่ของมวลน้ำไปตามทางน้ำหรือร่องน้ำ โดยกระแสน้ำเป็นปัจจัยสำคัญต่อการพังทลายของริมตลิ่ง การสะสมของอนุภาคและลักษณะของตะกอนหน้าดินรวมถึงสิ่งมีชีวิตต่างๆ โดยรอบ ความเร็วของกระแสน้ำมีความซับซ้อนเป็นอย่างยิ่ง เนื่องด้วยการเคลื่อนตัวของน้ำไม่ได้เป็นไปในทางเดียวกัน (non-homogenous) ตลอดทั้งลำน้ำ ซึ่งล้วนแล้วเป็นผลมาจากความแตกต่างในองศาของแรงเสียดทาน (degrees of friction) ที่กระทำในขณะมวลน้ำไหลผ่านท้องน้ำ รวมถึงแรงที่อากาศกระทำกับผิวน้ำอีกด้วย โดยความเร็วสูงสุดของกระแสน้ำนั้นจะอยู่ที่บริเวณร่องกลางของลำน้ำที่ต่ำกว่าผิวน้ำลงมา และความต่ำสุดของกระแสน้ำจะอยู่บริเวณริมตลิ่งและท้องน้ำ ดังรูปที่ 5



รูปที่ 5 ความเร็วของการไหลของแม่น้ำ

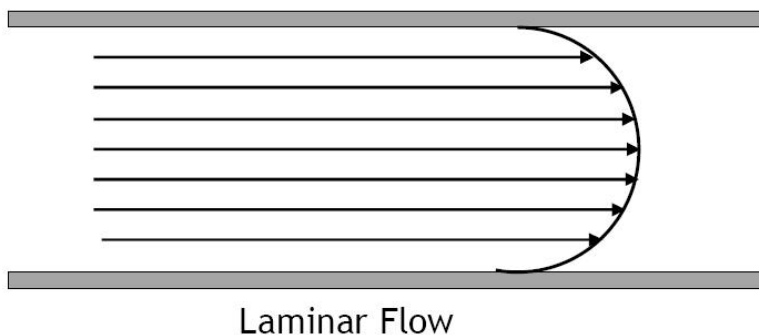
การเพิ่มขึ้นของปริมาตรอันเนื่องมาจากความลึกหรือความลาดชันของแม่น้ำ จะมีผลต่อการเพิ่มขึ้นของความเร็วการไหล ความเร็วของกระแสน้ำในเบื้องต้นนั้น สามารถทำได้โดยวัดจากระยะเวลาการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ลอยอยู่เหนือผิวน้ำไปตามระยะทางที่กำหนด วิธีประมาณความเร็วของกระแสน้ำโดยคร่าว่มักถูกประมาณที่หกในสิบของความลึกของลำน้ำ หรือหากแม่น้ำโดยทั่วไป หากมีความเร็วของกระแสน้ำสูงสุดที่ 6 เมตร/วินาที ความเร็วเฉลี่ยของการไหลมักไม่เกินไปกว่า 3 เมตร/วินาที

ประเภทของการไหล

ในระบบโลติก (lotic system) ได้กำหนดประเภทของการไหลออกเป็น 2 ประเภทหลัก ได้แก่

1. การไหลแบบราบเรียบ (Laminar flow)

เป็นการไหลแบบสามัญ มักพบได้บ่อยในลำน้ำที่มีความเร็วของกระแสน้ำต่ำ กระแสน้ำจะไหลแบบราบเรียบโดยโมเลกุลของน้ำจะเคลื่อนที่โดยขนานกันด้วยอัตราเร็วๆใกล้เคียงกันและไม่มี การผสมกันระหว่างโมเลกุล ดังรูปที่ 6



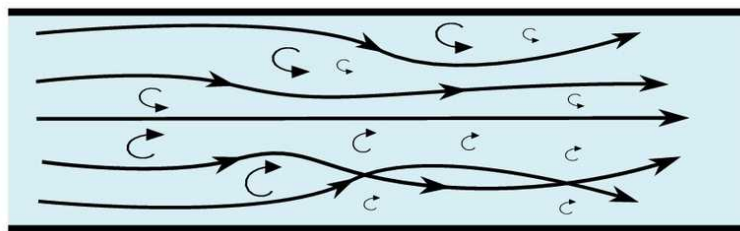
รูปที่ 6 การไหลแบบราบเรียบ (<http://physics.stackexchange.com>)

2. การไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent flow)

เป็นการไหลแบบไม่สามัญ มักพบได้ในลำน้ำที่มีความเร็วของกระแสน้ำสูง มีลักษณะจำเพาะของการไหล ที่ไม่สามัญและการเคลื่อนไหวของมวลน้ำเป็นแบบสุม โดยโมเลกุลของน้ำเคลื่อนที่ไปในทิศทางที่ต่างกันอย่างมีความเร็วที่ต่างจากค่าเฉลี่ยของการไหล ทำให้การส่งต่อแรงเสียดทาน (transferring frictional forces) ตลอดทั้งของเหลวและการกระจายอนุภาคแขวนลอยจะเคลื่อนที่เป็นแบบที่ไร้ทิศทางที่แน่นอน (erratic) การไหลแบบดังกล่าวสามารถอธิบายถึงเหตุของกระแสน้ำที่ไม่อาจทำความเร็วการไหลให้สูงขึ้นได้เพราะการไหลต่อต้านกองกำลังแรงของตัวเอง โดยความขรุขระของท้องน้ำนอกจากจะก่อให้เกิดการไหลแบบน้ำแล้วยังสามารถช่วยลดการเร่งความเร็วของกระแสน้ำได้อีกด้วย ที่น่าสนใจก็คือสิ่งมีชีวิตขนาดเล็กจำนวนมากมักอาศัยอยู่กับชั้นบางๆ ของการไหลแบบ

ราบเรียบที่อยู่ใกล้ท้องน้ำหรือบนหินเพื่อหลีกเลี่ยงการไหลแบบปั่นป่วน ซึ่งเป็นกลไกการปกป้องตัวเองของธรรมชาติ ดังรูปที่ 7

turbulent flow



รูปที่ 7 การไหลแบบปั่นป่วน (<http://www.cfdsupport.com>)

สมการแมนนิง (Manning Equations)

(ที่มา กลุ่มงานสารสนเทศและพยากรณ์น้ำ ส่วนอุทกวิทยา สำนักอุทกวิทยาและบริหารน้ำ)

การคำนวณปริมาณการไหลของน้ำจาก สูตรแมนนิง (Manning's formula) เป็นวิธีการใช้หลักพลังงาน (Principle of energy) ในการประมวลหาค่าความเร็วเฉลี่ยของลำน้ำ การคำนวณจะต้องใช้ข้อมูลหรือวัดความลาดเทของผิวน้ำตามแนวลำน้ำเพื่อใช้เป็นค่าประมาณของความลาดชันของพลังงาน หรือ Energy gradient เป็นสูตรที่นิยมใช้คำนวณค่าความเร็วเฉลี่ย

$$\bar{v} = \frac{1}{n} R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}$$

- เมื่อ
- v เป็นค่าความเร็วเฉลี่ย เมตร/วินาที
 - n เป็นค่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระของท้องน้ำ
 - R เป็นค่ารัศมีชลศาสตร์ที่หาได้จากค่า A/P เมตร
 - A เป็นพื้นที่รูปตัดลำน้ำ ตารางเมตร
 - P เป็นความยาวเส้นขอบเปียก เมตร
 - S เป็นความลาดชันผิวน้ำ

โดยที่ พื้นที่รูปตัด เส้นขอบเปียกและความลาดชันผิวน้ำ หาได้จากการสำรวจภายหลังที่ปริมาณน้ำสูงสุดผ่านไปแล้ว ซึ่งสังเกตได้จากคราบของระดับน้ำสูงสุด

กรณีที่ 1. สำรวจหาความลาดชันผิวน้ำจากคราบระดับน้ำสูงสุดได้

ตัวอย่าง บ้านกุยมั่ง อ.ทองผาภูมิ จ.กาญจนบุรี (K.60) จุดสำรวจน้ำสูงสุดที่สำรวจได้ (อท.02) ในปี 2008 คือ 10 ส.ค. 2551 ที่ระดับน้ำ 75.705 เมตร(รทก.) เวลาสำรวจ 16.15–16.30 ความกว้างผิวน้ำ 15.37 เมตร พื้นที่รูปตัด 23.151 ตร.ม.ความเร็วเฉลี่ย 0.609 เมตร/วินาที ปริมาณน้ำ 14.09 ลบ.ม./วินาที (สมมุติ) ช่างสำรวจได้ทำการเดินระดับคราบน้ำสูงสุดที่ 77.83 เมตร (รทก.) ได้ค่าความลาดชันผิวน้ำ 1: 380 และสรุปข้อมูลดังนี้

ความลาดชันผิวน้ำ (S) = 0.002632 (1:380) (จากการสำรวจ (สมมุติ))

พื้นที่รูปตัด (A) = 70.486 ม.2

เส้นขอบเปียก (P) = 29.713 เมตร

ค่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระ n = 0.1

รัศมีชลศาสตร์ (A/P) = 2.37722 เมตร

แทนค่าในสูตร

$$\bar{v} = \frac{1}{0.1} \left(\frac{70.486}{29.713} \right) (0.002632)^{\frac{1}{2}} = 0.9141 \text{ เมตร/วินาที}$$

และ

$$Q = A \cdot V = (70.486)(0.914) = 64.42 \text{ ลบ.ม./วินาที}$$

หากต้องการหาค่า n ก่อน สามารถหาได้จากสูตรดังนี้

$$n = \frac{1}{\bar{v}} R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}$$

เมื่อ v = 0.609 เมตร/วินาที (จาก อท.02)

A = 23.151 เมตร² (จาก อท.02)

P = 18.559 เมตร (จากการคำนวณหน้า 13)

S = 0.002632 (ได้จากการเก็บคราบระดับน้ำ)

R = 23.151/18.559 = 2.37722

แทนค่า $n = \frac{1}{0.609} (2.37722)^{\frac{2}{3}} (0.002632)^{\frac{1}{2}} = 0.150$

จากนั้นนำค่า n ไปแทนค่าในสูตร โดย n ที่ได้ต้องมีการปรับลดลงเล็กน้อย เนื่องจากวัชพืชหรือสิ่งกีดขวางในลำน้ำก่อนเกิดปริมาณน้ำสูงสุด ได้ถูกทำให้ราบเรียบโดยปริมาณน้ำที่ไหลก่อนเกิดปริมาณน้ำสูงสุดแล้ว

โดย

$$A = 70.486$$

$$P = 29.713$$

$$n = 0.12 \text{ (คำนวณและปรับลดแล้ว)}$$

$$S = 0.002632 \text{ (จากการเก็บคราบระดับน้ำ)}$$

$$R = 2.37222$$

$$\text{แทนค่าในสูตร } \bar{v} = \frac{1}{0.12} (2.37222)^{\frac{2}{3}} (0.002632)^{\frac{1}{2}} = 0.761$$

$$\text{จาก } Q = A \cdot V = (70.486)(0.761) = 53.64 \text{ ลบ.ม./วินาที}$$

กรณีที่ 2 ไม่ได้สำรวจหาค่าความลาดชันผิวน้ำ

ตัวอย่าง กรณีตัวอย่าง K.60 สถานีบ้านกุยมั่ง อ.ทองผาภูมิ จ.กาญจนบุรี โดยจุดสำรวจปริมาณน้ำสูงสุดที่สำรวจได้ในปี 2008 คือ วันที่ 10 ส.ค. 2551 ที่ระดับน้ำ 75.705 เมตร(รทก.) เวลาสำรวจ 16.15–16.30 ความกว้างผิวน้ำ 15.37 เมตร พื้นที่รูปตัด 23.151 ตร.ม. ความเร็ว เฉลี่ย 0.609 เมตร/วินาที และปริมาณน้ำที่ได้ 14.09 ลบ.ม./วินาที

1. จากผลการสำรวจดังกล่าวสามารถหาค่าต่างๆ ได้ดังนี้

$$\text{ความลาดเทลำน้ำ}(S) = \text{ยังไม่ทราบค่า}$$

$$\text{พื้นที่รูปตัด}(A) = 23.151 \text{ ม.}^2 \text{ (จาก อท.02)}$$

$$\text{ความยาวเส้นขอบเปียก}(P) = 18.559 \text{ เมตร}$$

$$\text{ความเร็วเฉลี่ย}(v) = 0.609 \text{ เมตร/วินาที}$$

$$\text{ค่ารัศมีชลศาสตร์}(R) = 23.151/18.559 = 1.2474$$

$$\text{ค่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระ}(n) = 0.1$$

ค่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระเมื่อพิจารณาจากรูปตัด โดยด้านท้ายแนวสำรวจมีวัชพืชและต้นไม้ขึ้นเป็นจำนวนมากดังนั้นเมื่อพิจารณาจากรายค่าสัมประสิทธิ์ความ ขรุขระจะได้ค่าประมาณ 0.10 – 0.12

$$\text{แทนค่าในสูตร } S = \left(\frac{\bar{v}n}{R^{\frac{2}{3}}} \right)^2 = 0.002383$$

$$\text{Slope} = 1: 419$$

2. นำค่าความลาดเทที่คำนวณได้ไปแทนค่าในสูตรแมนนิงที่ระดับน้ำสูงสุด(Peak) ในกรณีนี้คือสถานี K.60 สถานีบ้านกุ่ม อ.ทองผาภูมิ จ.กาญจนบุรี ระดับน้ำสูงสุดเวลา 16.00 น. ที่ 77.83 เมตร (รทก.)

ค่า A ที่ระดับ 77.83 ม. = 70.486 ตร.ม.

ค่า P ที่ระดับ 77.83 ม. = 29.713 ม.

ค่า n ที่ระดับ 77.83 ม. = 0.1

ค่า S ที่ระดับ 77.83 ม. = 0.002383

ค่า R = A/P = 3.57561 ม.

แทนค่าในสูตร

$$\bar{v} = \frac{1}{0.1} (3.57561)^{\frac{2}{3}} (0.002383)^{\frac{1}{2}} = 1.142$$

จาก $Q = A \cdot V = (70.486)(1.142) = 80.40$ ลบ.ม./วินาที

หลักการประเมินค่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระ (n)

จากการวิจัยพบว่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระแมนนิงขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายประการและปัจจัยเหล่านี้ยังมีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันอีกด้วย ซึ่งปัจจัยต่างๆ มีดังต่อไปนี้

1. ความขรุขระของผิวหน้าทางน้ำ ซึ่งขึ้นอยู่กับขนาดและรูปร่างของวัสดุที่นำมาใช้สร้างผิวหน้าทางน้ำ โดยวัสดุที่มีเม็ดละเอียดก็จะให้ค่า n ต่ำ และวัสดุที่มีเม็ดหยาบก็จะให้ค่า n สูง ความขรุขระของผิวหน้าทางน้ำเป็นปัจจัยสำคัญในการกำหนดค่า n
2. พืชที่ขึ้นปกคลุมทางน้ำ เช่น หญ้า ซึ่งจะมีผลทำให้เกิดการต้านการไหลและจะลดอัตราการไหล ผลของพืชที่ขึ้นปกคลุมจะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับ ความสูง ความหนาแน่น การกระจาย และชนิดของพืช
3. ความไม่สม่ำเสมอของทางน้ำ ในทางน้ำธรรมชาติความไม่สม่ำเสมอของทางน้ำจะเกิดขึ้นจากหาดทราย หลุมและบ่อในท้องคลอง เป็นต้น จากการวิจัยพบว่า ถ้าทางน้ำนั้นค่อยๆ เปลี่ยนแปลงทีละน้อยอย่างสม่ำเสมอไม่ว่าการเปลี่ยนแปลงนั้นจะเป็นการเปลี่ยนแปลงขนาดรูปร่างหรือหน้าตัดการไหล จะไม่มีผลกระทบต่อการเปลี่ยนแปลงค่า n มากนัก แต่ถ้าการเปลี่ยนแปลงนั้นเป็นการเปลี่ยนอย่างฉับพลันก็จะมีผลกระทบต่อการเปลี่ยนแปลงค่า n อย่างมาก ดังรูปที่ 8
4. แนวทางน้ำ ทางน้ำที่มีรัศมีส่วนโค้งของแนวทางน้ำมากและส่วนโค้งนั้น ราบเรียบจะมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงค่า n น้อยมาก แต่ถ้าทางน้ำนั้นมีรัศมีส่วนโค้งของแนวทางน้ำน้อยหรือเป็นโค้งหักข้อศอกและโค้งกลับไปกลับมา จะทำให้ค่า n มีค่าเพิ่มขึ้นอย่างมากซึ่งบางครั้งอาจจะ

เพิ่มค่า n ได้ถึง 30% โดยจากงานวิจัยได้ทำการทดลองในรางน้ำ (flume) พบว่า n จะมีค่าเพิ่มขึ้น 0.001 ถ้ารางน้ำเปียงเบนไปเป็นมุม 20 องศา และความยาวของรางน้ำ 30 เมตร

5. การกัดเซาะและการตกตะกอน จากการทดลองพบว่า การตกตะกอนจะทำให้ทางน้ำที่ไม่สม่ำเสมอเปลี่ยนมาเสมอดันเสมอปลายและค่า n จะลดลงในทางตรงกันข้าม ถ้าเกิดการกัดเซาะก็จะทำให้ทางน้ำไม่สม่ำเสมอและค่าของ n จะเพิ่มขึ้น อย่างไรก็ตาม การตกตะกอนจะขึ้นอยู่กับขนาดและชนิดของวัสดุที่ปะปนกับน้ำและทำให้ลักษณะการตกตะกอนแตกต่างกัน เช่น การตะกอนทำให้เกิดสันทรายก็จะเพิ่มค่า n เป็นต้น
6. สิ่งกีดขวาง สิ่งกีดขวางทางน้ำ เช่น ตอหม้อสะพาน จะทำให้ n มีค่าเพิ่มขึ้น การเพิ่มค่า n จะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับชนิด ขนาด รูปร่าง ปริมาณและการจัดวางตัวของสิ่งกีดขวาง
7. ความลึกการไหลและอัตราการไหล โดยทั่วไปทางน้ำจะมีค่า n ลดลง เมื่อความลึกการไหลและอัตราการไหลมีค่ามากขึ้น ที่เป็นเช่นนี้อธิบายได้ว่า เมื่อทางน้ำมีความลึกการไหลน้อย ความไม่สม่ำเสมอของท้องคลองจะทำให้มีบางส่วนไหลขึ้นมาทำให้ n มีค่ามาก อย่างไรก็ตาม ทางน้ำอาจจะเพิ่มค่า n เพิ่มขึ้น เมื่อความลึกการไหลและอัตราการไหลมีค่า มากขึ้นก็ได้ ถ้าลาดตลิ่งของทางน้ำขรุขระ และมีหญ้าขึ้นรกรง



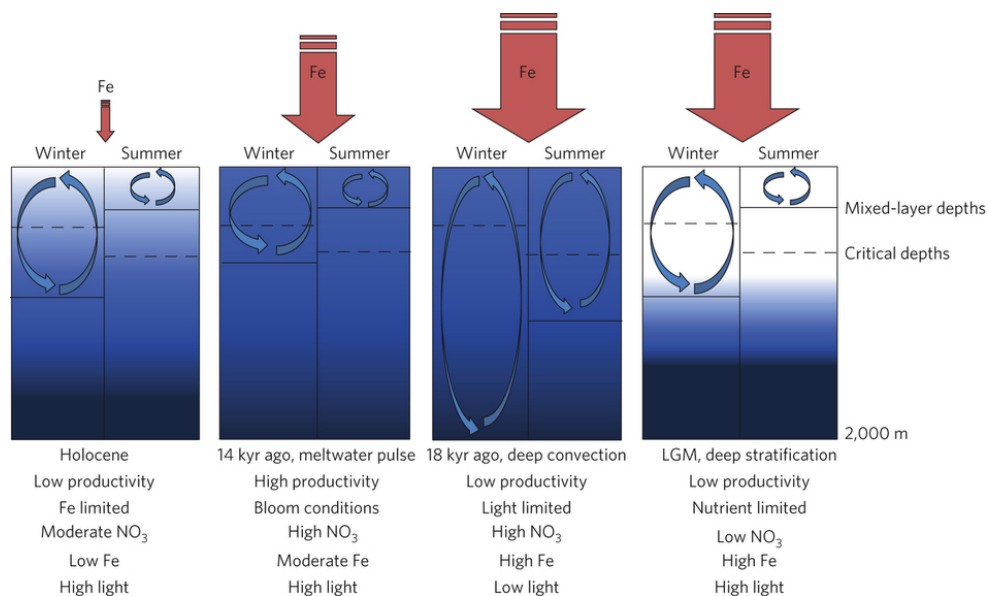
รูปที่ 8 เจ้าหน้าที่ทำการกำจัดหญ้าที่ขึ้นรกรง บริเวณคันคลองชลประทาน สาย Lat.4.9R – 2.5R – 17.0L คลองส่งน้ำดอนแม่ลาน ตำบลแม่ลาน อำเภอมะนัง จังหวัดปัตตานี

(<http://www.rid.go.th>)

การพาและการกระจายของมลพิษในแม่น้ำ (Advection and dispersion of pollutant in rivers)

เมื่อมลพิษถูกปล่อยลงไปในแหล่งน้ำ ปัจจัยหลักของความเข้มข้นของสารมลพิษในน้ำคือ การขนส่งอุทกพลวัต (hydrodynamic transport) ปฏิกิริยาเคมีและปฏิกิริยาชีวเคมีต่างๆ โดยการขนส่งอุทกพลวัตของสารมลพิษนั้นเป็นกระบวนการที่จะเคลื่อนย้ายมลพิษจากแหล่งกำเนิดเดินทางไปยังตำแหน่งต่างๆในแหล่งน้ำซึ่งมีความเข้มข้นของมลพิษแตกต่างกันไป ซึ่งไม่เพียงเกิดผลกระทบในบริเวณรอบๆแหล่งกำเนิดมลพิษ แต่อาจสร้างส่งผลกระทบในบริเวณที่ห่างไกลออกไปก็ได้เช่นกัน ในทางตรงกันข้ามการขนส่งอุทกพลวัตก็สามารถสลายตัวหรือเจือจางมลพิษบางชนิดได้อย่างมีประสิทธิภาพเช่นกัน มลพิษที่เคลื่อนตัวในแหล่งน้ำที่มีการไหลเข้าและละลายในน้ำได้น้อยจะยังผลให้ระดับความเข้มข้นของมลพิษสูงมาก ยังผลให้ผลกระทบมากขึ้นต่อสิ่งแวดล้อมอีกด้วย

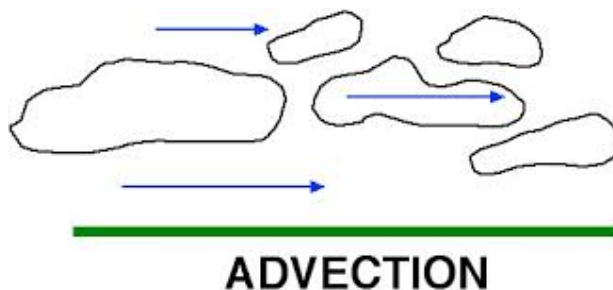
การขนส่งอุทกพลวัต ประกอบไปด้วย 3 ปัจจัยอันได้แก่ การพา (Advection) การกระจาย (Dispersion) การผสมแนวตั้งและการพา (Vertical mixing and convection) สารในแหล่งน้ำจะถูกขนส่งโดยปัจจัยใดปัจจัยหนึ่งหรือทั้งสามปัจจัยนี้ จะเรียกการเกิดทั้งสามปัจจัยนี้พร้อมๆกันว่า การขนส่งเป็นอุทกพลวัต ทั้งการขนส่งนอนและแนวตั้ง (horizontal and vertical transport) ควรที่จะหยิบยกมาพิจารณาเสมออันเนื่องมาจากการไหลของกระแสน้ำในภูมิภาคเข่งพื้นที่อันซับซ้อน ดังรูปที่ 9



รูปที่ 9 การผสมแนวตั้ง (Lam P.J. et al, Transient stratification as the cause of the North Pacific productivity spike during deglaciation, Nature Geoscience, 2013, 6, 622–626)

การพา (Advection)

การพา หมายถึงการขนส่งแนวนอน (horizontal transport) โดยการไหลซึ่งเป็นการเคลื่อนที่ของสารนั้นไม่ส่งผลกระทบให้สารสลายตัวไป ในแหล่งน้ำเช่นแม่น้ำหรืออ่างเก็บน้ำ การพาเป็นสิ่งที่ต้องถูกหยิบยกมาพิจารณาเพื่ออธิบายการเคลื่อนที่ของมลพิษในน้ำเป็นสิ่งแรก เพราะสามารถอธิบายถึงกระบวนการขนส่งของสารมลพิษในทิศทางตามยาว (longitudinal direction) ส่วนการพาในทิศทางด้านข้างตัดข้ามแม่น้ำ (across lateral advection) มักจะมีปริมาณน้อยมาก จึงมักจะเอาไว้ไม่พิจารณา ในทางน้ำตรงความเร็วของการไหลจะสามารถนำไปบ่งถึงการพาสูงสุด (maximum advection) ที่เกิดขึ้นที่กึ่งกลางของทางน้ำตรงได้ ในทางกลับกันการพาต่ำสุด (minimum advection) จะเกิดขึ้นบริเวณใกล้ๆริมตลิ่ง ดังรูปที่ 10



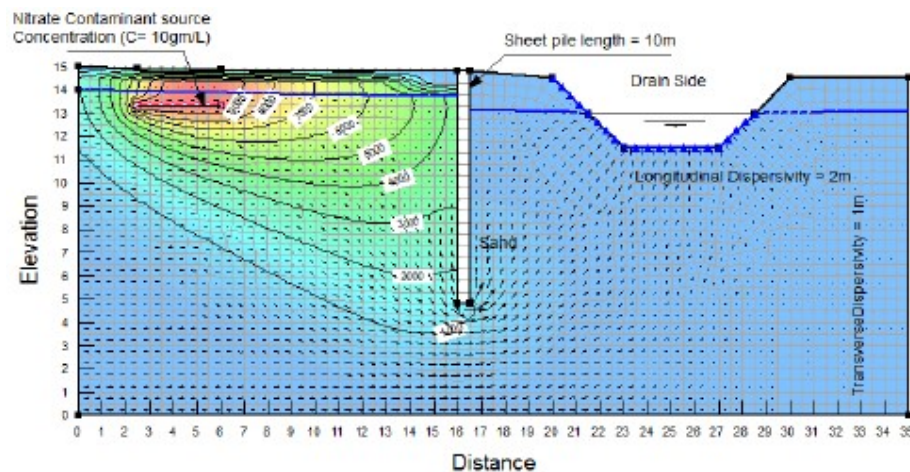
รูปที่ 10 การพา (<http://functionspace.com>)

การกระจาย (Dispersion)

การกระจายคือการแพร่กระจายและการผสมของมลพิษกับมวลน้ำไปตามแนวนอน (horizontal spreading and mixing) โดยเกิดจากการป่วนผสม (turbulent mixing) และการแพร่กระจายของโมเลกุล (molecular diffusion) การกระจายจะลดลงไปตามลำดับของความเข้มข้นของมลพิษ กระบวนการนี้ไม่เพียงแต่เป็นเพียงการแลกเปลี่ยนสารกับมวลน้ำเพียงอย่างเดียว แต่ยังหมายถึงการผสมกันของสารใดก็ตามที่ละลายอยู่ในนั้น เช่นความเค็ม (salinity) และสารละลายมลพิษ (dissolved pollutants) ดังนั้นนอกเหนือไปจากตัวแปรอุทกพลวัต (hydrodynamic variables) ไม่เพียงแต่อธิบายถึง อุณหภูมิและความเค็มเท่านั้น กระบวนการกระจาย (dispersion processes) ยังสามารถอธิบายถึง การกระจายของตะกอน (sediment) การกระจายของสารพิษ และการกระจายของสารอาหารในแหล่งน้ำได้อีกด้วย การกระจายตัวไปตามทิศทางของการไหลของน้ำนั้น เรียกว่า การกระจายตามยาว (longitudinal dispersion) ส่วนการกระจายตัวไปในทิศทางตั้งฉากกับของการไหลของน้ำเรียกว่า การกระจายทางข้าง (lateral dispersion) โดยหากพิจารณาในพื้นที่ที่เป็นแม่น้ำจะพบว่าการกระจายตามยาวจะมีปริมาณสูงกว่าการกระจายทางข้าง

การพาและการกระจาย (Advection and dispersion)

การพาและการกระจายเป็นกระบวนการที่สำคัญต่อการละลายของมลพิษที่จะถูกนำพาและแพร่ออกไปในแม่น้ำหรือปากแม่น้ำ ในขณะที่น้ำไหลนั้น กระบวนการขนส่งมลพิษจากตำแหน่งหนึ่งไปในตำแหน่งต่างๆในแหล่งน้ำผ่านการพา ในขณะเดียวกันมลพิษจะแพร่จากบริเวณที่มีความเข้มข้นของมลพิษสูงไปยังบริเวณที่มีความเข้มข้นของมลพิษต่ำผ่านการกระจาย ดังนั้นการขนส่งมลพิษไปในแนวนอนจะประกอบด้วยสองส่วน คือ ฟลักซ์การพา (advective flux) และ ฟลักซ์การกระจาย (dispersive flux) ดังรูปที่ 11



รูปที่ 11 การพาและการกระจายของปุ๋ยในดิน (Mohamed Galal A. Eltarabily&Abdelazim M. Negm, Numerical Simulation of Fertilizers Movement in Sand and Controlling Transport Process via Vertical Barriers, January 2015, The Journal of Environment & Development.)

บทที่ 3

ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการประเมินคุณภาพน้ำ (Mathematical Models for Water-Quality Assessment)

สมการก่อกำเนิดเพื่อการประเมินคุณภาพน้ำ (Governing Equations for Water-Quality Assessment)

สมการคุณภาพน้ำหนึ่งมิติ (One-dimensional water quality equation)

ตัวแบบหนึ่งมิติถูกนิยามในพิกัดปริภูมิหนึ่ง (one spatial coordinate) กล่าวคือตัวแปรสถานะของตัวแบบ (model state variables) จะถูกเฉลี่ยไปในสองมิติที่เหลือเสมอ การกำหนดตัวแบบหนึ่งมิติจะไม่พิจารณาปริมาณใดๆที่มีทิศทางตั้งฉากกับทางน้ำหลัก เช่น ความเข้มข้นของมลพิษ ณ ตำแหน่งหนึ่ง จะถูกเฉลี่ยไปในทุกระดับความลึก ความเร็วของการไหลในทิศทางตัดข้ามลำน้ำเป็นศูนย์ เป็นต้น ตัวแบบหนึ่งมิตินี้จะถูกใช้ในการอธิบายการไหลและความเข้มข้นของมลพิษไปตามทิศทาง การไหล ตัวแบบชนิดนี้เหมาะสำหรับปัญหาการไหลในแม่น้ำ แต่ไม่เหมาะนำมาใช้กับอ่างเก็บน้ำ ทะเลสาบหรือบริเวณปากแม่น้ำ โดยหากไม่พิจารณาแรงจากการหมุนของโลก (Coriolis force) ตัวแบบจะประกอบไปด้วยสมการความต่อเนื่อง (continuity equation) และสมการโมเมนตัม (momentum equation) ดังนี้

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial(Hu)}{\partial x} = Qu$$

$$\frac{\partial(Hu)}{\partial t} + \frac{\partial(Huu)}{\partial x} = -gH \frac{\partial \eta}{\partial x} - C_B |u|u + \frac{\partial}{\partial x} \left(HA_H \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \tau_x$$

เมื่อ $H = h + \eta$ เป็นความลึกน้ำรวม (total water depth)
 h เป็นความลึกน้ำสมดุล (equilibrium water depth)
 η เป็นการกระจัดของผิวน้ำวัดจากความลึกน้ำสมดุล (surface displacement from the equilibrium)

u เป็นความเร็วการไหลของน้ำไปตามทิศทาง x (water velocity in the x direction)

$|u|$ เป็นอัตราเร็วการไหลของน้ำไปตามทิศทาง x (water speed in the x direction,)

Q_H เป็นอัตราการไหลเข้าหรือออกจากแหล่งภายนอก (water inflow/outflow from the external sources)

C_B เป็นสัมประสิทธิ์แรงต้านท้องน้ำ (bottom drag coefficient)

A_H เป็นความหนืดเอ็ดดี้แนวนอน (horizontal eddy viscosity)

g เป็นความเร่งจากแรงโน้มถ่วงโลก (gravity acceleration,)

τ_x เป็นแรงเค้นลมไปตามทิศทาง x (wind stress in the x direction)

โดยสมการการขนส่งมวลหนึ่งมิติของมลพิษ (1D mass transport equation of a water pollutant concentration) คือ

$$\frac{\partial(HC)}{\partial t} + \frac{\partial(uHC)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(HA_C \frac{\partial C}{\partial x} \right) + S + R + Q$$

เมื่อ C เป็นความเข้มข้นของมลพิษเฉลี่ยตามแนวยืนและแนวข้าง (concentration of a vertically and laterally averaged constituent)

A_C เป็นสภาพแพร่เอ็ดดี้แนวนอน (horizontal eddy diffusivity)

S เป็นอัตราการกำเนิดมลพิษจากแหล่งต้นทาง (sources) หรือแหล่งปลายทาง (sinks) จากการนอนก้น (settling) หรือการดูดซึม (resuspension)

R เป็นอัตราการเกิดปฏิกิริยาเคมีหรือชีวภาพ (reactivity of chemical and biological processes)

Q เป็นอัตราการก่อกำเนิดมลพิษจากปัจจัยภายนอกเนื่องแบบจุดและแบบไร้จุด (external loadings to the system from point and nonpoint sources)

สมการคุณภาพน้ำสองมิติ (Two-dimensional water quality equation)

สมการคุณภาพน้ำในสองมิติ ถูกนิยามในพิกัดปริภูมิสอง (two spatial coordinates) กล่าวคือตัวแปรสถานะของตัวแบบจะถูกเฉลี่ยไปหนึ่งมิติที่เหลือเสมอ โดยสามารถนำไปกำหนดตัวแบบ / ตัวแบบได้แก่ ตัวแบบสองมิติเฉลี่ยแนวยืน (2D vertically averaged) และตัวแบบสองมิติเฉลี่ยแนวข้าง (2D laterally averaged)

ในแหล่งน้ำที่มีความตื้น ไม่ได้พิจารณาที่ความลึกหรือตื้นของแหล่งน้ำจริงๆ แต่พิจารณาจากลักษณะของแหล่งน้ำที่มีความกว้างหรือบริเวณปากแม่น้ำ ซึ่งมีความแตกต่างของมลพิษในแหล่งน้ำตามระดับความลึกน้อย (weak vertical stratification) แต่มีแรงเค้นจากลมกระทำต่อผิวน้ำและแรงเค้นต้านท้องน้ำ (bottom friction stresses)

ตัวแบบสองมิติเฉลี่ยแนวตั้ง (2D vertically averaged)

ประกอบไปด้วยสมการความต่อเนื่อง (continuity equation) และสมการโมเมนตัม (momentum equation) ดังนี้

$$\begin{aligned}\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial(uH)}{\partial x} + \frac{\partial(vH)}{\partial y} &= Q_H \\ \frac{\partial(uH)}{\partial t} + \frac{\partial(u^2 H)}{\partial x} + \frac{\partial(uvH)}{\partial y} - fHv &= -gH \frac{\partial \eta}{\partial x} - C_B |u|u + \frac{\partial}{\partial x} \left(HA_H \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(HA_H \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \tau_x \\ \frac{\partial(vH)}{\partial t} + \frac{\partial(uvH)}{\partial x} + \frac{\partial(v^2 H)}{\partial y} + fHu &= -gH \frac{\partial \eta}{\partial y} - C_B |v|v + \frac{\partial}{\partial x} \left(HA_H \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(HA_H \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \tau_y\end{aligned}$$

เมื่อ $H = h + \eta$ เป็นความลึกน้ำรวม (total water depth)

h เป็นความลึกน้ำสมดุล (equilibrium water depth)

η เป็นการกระจัดของผิวน้ำวัดจากความลึกน้ำสมดุล (surface displacement from the equilibrium)

u เป็นความเร็วการไหลของน้ำไปตามทิศทาง x (water velocity in the x direction)

v เป็นความเร็วการไหลของน้ำไปตามทิศทาง y (water velocity in the y direction)

$|u| = \sqrt{u^2 + v^2}$ เป็นอัตราเร็วการไหลของน้ำ

Q_H เป็นอัตราการไหลเข้าหรือออกจากแหล่งภายนอก (water inflow/outflow from the external sources)

C_B เป็นสัมประสิทธิ์แรงต้านท้องน้ำ (bottom drag coefficient)

A_H เป็นความหนืดเอ็ดดี้แนวนอน (horizontal eddy viscosity)

g เป็นความเร่งจากแรงโน้มถ่วงโลก (gravity acceleration,)

τ_x เป็นแรงเค้นลมไปตามทิศทาง x (wind stress in the x direction)

τ_y เป็นแรงเค้นลมไปตามทิศทาง y (wind stress in the y direction)

โดยสมการการขนส่งมวลสองมิติของมลพิษ (2D mass transport equation of a water pollutant concentration) คือ

$$\frac{\partial(HC)}{\partial t} + \frac{\partial(uHC)}{\partial x} + \frac{\partial(vHC)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(HA_c \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(HA_c \frac{\partial C}{\partial y} \right) + S + R + Q_c$$

เมื่อ C เป็นความเข้มข้นของมลพิษเฉลี่ยตามแนวตั้ง (concentration of a vertically averaged constituent)

A_C เป็นสภาพแพร่เอ็ดดี้แนวนอน (horizontal eddy diffusivity)

S เป็นอัตราการกำเนิดมลพิษจากแหล่งต้นทาง (sources) หรือแหล่งปลายทาง (sinks) จากการนอนก้น (settling) หรือการดูดซึม (resuspension)

R เป็นอัตราการเกิดปฏิกิริยาเคมีหรือชีวภาพ (reactivity of chemical and biological processes)

Q_C เป็นอัตราการก่อกำเนิดมลพิษจากปัจจัยภายนอกเนื่องแบบจุดและแบบไร้จุด (external loadings to the system from point and nonpoint sources)

ตัวแบบสองมิติเฉลี่ยแนวข้าง(2D laterally averaged)

ตัวแบบนี้เหมาะสำหรับการกำหนดตัวแบบในแหล่งน้ำที่มีความลึก เช่น ทะเลสาบ อ่างเก็บน้ำ หรือบริเวณปากแม่น้ำ ที่ผลกระทบจากความกว้างมีไม่มากนักโดยสามารถเฉลี่ยไปทางข้างได้ โดยจะประกอบไปด้วยสมการความต่อเนื่อง (continuity equation) และสมการโมเมนตัม (momentum equation) ดังนี้

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial(\eta B)}{\partial x} + \frac{\partial(wB)}{\partial z} = Q_H$$

$$\frac{\partial(uB)}{\partial t} + \frac{\partial(u^2 B)}{\partial x} + \frac{\partial(uwB)}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial Bp}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(BA_H \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(BA_V \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \tau_x$$

เมื่อ B เป็นความกว้างของแหล่งน้ำ (total water width)

z เป็นพิกัดคาร์ทีเซียนแนวตั้ง (vertical Cartesian coordinate)

η เป็นการกระจัดของผิวน้ำวัดจากความลึกน้ำสมดุล (surface displacement from the equilibrium)

u เป็นความเร็วการไหลของน้ำไปตามทิศทาง x (water velocity in the x direction)

w เป็นความเร็วการไหลของน้ำไปตามทิศทาง z (vertical water velocity in the z direction)

Q_H เป็นอัตราการไหลเข้าหรือออกจากแหล่งภายนอก (water inflow/outflow from the external sources)

C_B เป็นสัมประสิทธิ์แรงต้านท้องน้ำ (bottom drag coefficient)

A_H เป็นความหนืดเอ็ดดี้แนวนอน (horizontal eddy viscosity)

A_V เป็นสัมประสิทธิ์การผสมโมเมนตัมปั่นป่วนแนวตั้ง (vertical turbulent momentum mixing coefficient)

p เป็นแรงดันน้ำ (water pressure)

τ_x เป็นแรงเค้นลมไปตามทิศทาง x (wind stress in the x direction)

โดยสมการการขนส่งมวลสองมิติของมลพิษ (2D mass transport equation of a water pollutant concentration) คือ

$$\frac{\partial(BC)}{\partial t} + \frac{\partial(uBC)}{\partial x} + \frac{\partial(wHC)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(BA_H \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(BA_B \frac{\partial C}{\partial z} \right) + S + R + Q$$

เมื่อ C เป็นความเข้มข้นของมลพิษเฉลี่ยตามทางข้าง (concentration of a laterally averaged constituent)

S เป็นอัตราการกำเนิดมลพิษจากแหล่งต้นทาง (sources) หรือแหล่งปลายทาง (sinks) จากการนอนก้น (settling) หรือการดูดซึม (resuspension)

R เป็นอัตราการเกิดปฏิกิริยาเคมีหรือชีวภาพ (reactivity of chemical and biological processes)

Q เป็นอัตราการก่อกำเนิดมลพิษจากปัจจัยภายนอกเนื่องแบบจุดและแบบไร้จุด (external loadings to the system from point and nonpoint sources)

สมการคุณภาพน้ำสามมิติ (Three-dimensional water quality equation)

หากพิจารณาในแหล่งน้ำที่มีความลึก การแบ่งชั้นความหนาแน่นแนวตั้งแนวยืน (vertical density stratification) จะพบว่าการผสมปั่นป่วนแนวยืน (vertical turbulent mixing) อย่างมีการเปลี่ยนแปลงอย่างมีนัยสำคัญกับตัวแปรต่างๆทั้งในแบบอุทกพลวัต (hydrodynamic model) และตัวแบบคุณภาพน้ำ (water quality model) ระบบดังกล่าวเป็นแบบที่เหมาะสมที่สุดกับการกำหนดตัวแบบคุณภาพน้ำในแบบจำลอง 3 มิติ โดยการจำลองแบบ 3 มิตินี้ แหล่งน้ำจะถูกนิยามลงในสามพิกัดเชิงพื้นที่ (three spatial coordinates) กล่าวคือตามความยาว ความกว้าง และความลึก แล้วตัวแปรต่างๆในตัวแบบจะผันแปรไปตามทั้ง 3 มิตินี้ แบบจำลองแหล่งน้ำใน 3 มิตินี้ จัดว่าเป็นการจำลองแบบทางกายภาพในแหล่งน้ำที่มีความเสมือนจริงมากที่สุดวิธีหนึ่ง เนื่องจากตัวแปรในตัวแบบคุณภาพน้ำจะผันแปรไปตามมิติทั้งสาม ในแหล่งน้ำเช่น ทะเลสาบขนาดใหญ่ อ่างเก็บน้ำขนาดใหญ่ ปากแม่น้ำขนาดใหญ่ และบริเวณชายฝั่งทะเล จำเป็นต้องใช้ตัวแบบสามมิตินี้สำหรับการกำหนดตัวแบบ

การสร้างแบบจำลองอุทกพลวัตนั้น ในระบบ 3 มิติจะถูกกำหนดในพิกัดคาร์ทีเซียนหากพิจารณาแหล่งน้ำไปตามแนวราบ แต่หากพิจารณาแหล่งน้ำไปตามแนวยืนหรือตามระดับความลึก

สมการมักจะถูกกำหนดในพิกัดซิกมา (sigma coordinate) เพื่อความสะดวกในการคำนวณ โดยจะประกอบไปด้วยสมการความต่อเนื่อง (continuity equation) และสมการโมเมนตัม (momentum equation) ดังตัวแบบที่ได้กล่าวมาแล้วก่อนหน้านี้

$$\begin{aligned}\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial(Hu)}{\partial x} + \frac{\partial(Hv)}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= Q_H \\ \frac{\partial(Hu)}{\partial t} + \frac{\partial(Huu)}{\partial x} + \frac{\partial(Huv)}{\partial y} + \frac{\partial(uw)}{\partial z} - fHv &= -H \frac{\partial(p + g\eta)}{\partial x} + \left(-\frac{\partial h}{\partial x} + z \frac{\partial H}{\partial x}\right) \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{A_v}{H} \frac{\partial u}{\partial z}\right) + Q_u \\ \frac{\partial(Hv)}{\partial t} + \frac{\partial(Huv)}{\partial x} + \frac{\partial(Hvv)}{\partial y} + \frac{\partial(vw)}{\partial z} + fHu &= -H \frac{\partial(p + g\eta)}{\partial y} + \left(-\frac{\partial h}{\partial y} + z \frac{\partial H}{\partial y}\right) \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{A_v}{H} \frac{\partial v}{\partial z}\right) + Q_v \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= -gH \frac{(\rho - \rho_0)}{\rho_0} = -gHb \\ (\tau_{xz}, \tau_{yz}) &= \frac{A_v}{H} \frac{\partial}{\partial z}(u, v)\end{aligned}$$

เมื่อ p เป็นความดันอุทกสถิต (hydrostatic pressure)

b เป็นการลอยตัว (buoyancy)

τ_{xz}, τ_{yz} เป็นความเค้นเฉือน (shear stress) ในทิศทาง x และ y

โดยสมการการขนส่งมวลสามมิติของมลพิษ (3D mass transport equation of a water pollutant concentration) คือ

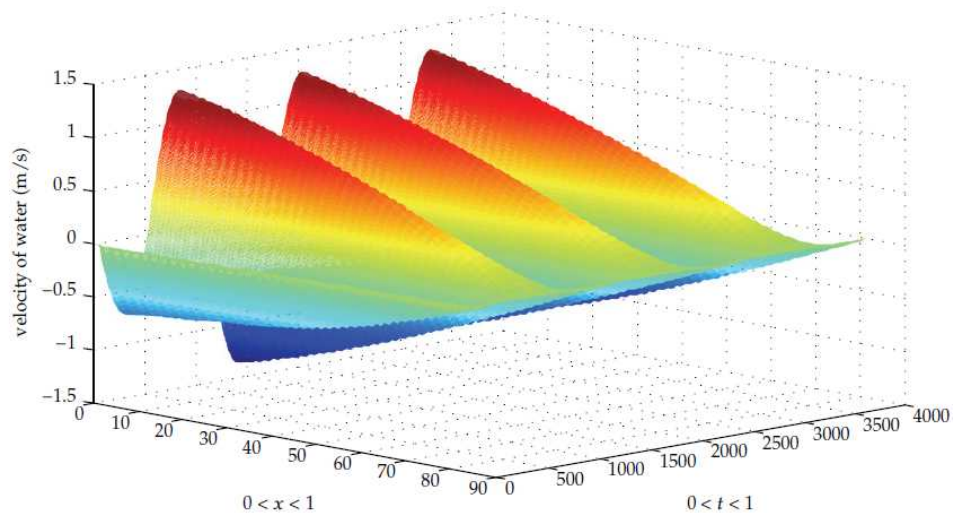
$$\frac{\partial(HT)}{\partial t} + \frac{\partial(HuT)}{\partial x} + \frac{\partial(HvT)}{\partial y} + \frac{\partial(wT)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{A_b}{H} \frac{\partial T}{\partial z}\right) + HR_T + Q_r$$

เมื่อ R_T เป็นความร้อนเนื่องจากรังสีสุริยะ (solar radiation)

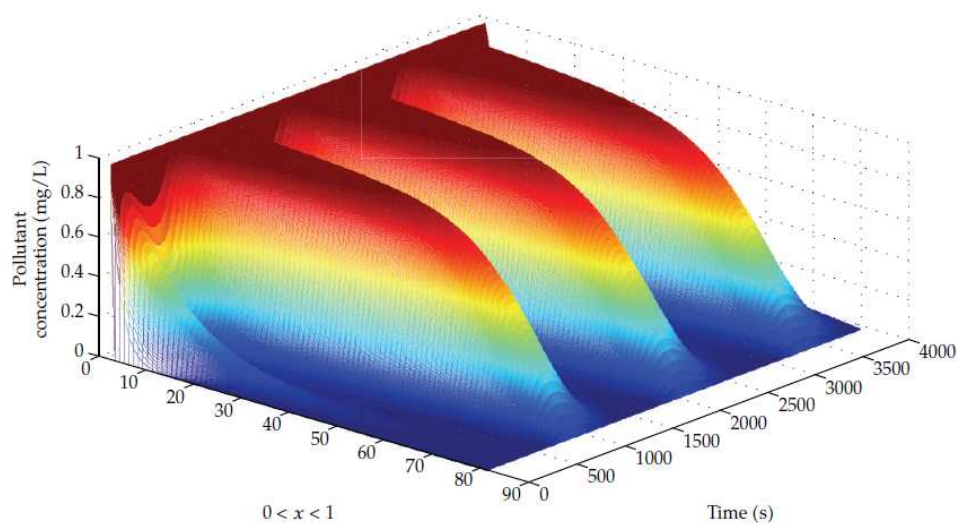
Q_r เป็นการแพร่ปั่นป่วนแนวนอน (horizontal turbulent diffusion) และแหล่งกำเนิด-แหล่งดูดซึมภายนอก (external sources-sinks)

บทที่ 4
ผลงานวิจัยเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการประเมินคุณภาพน้ำ
(Mathematical Research for Water-Quality Assessment)

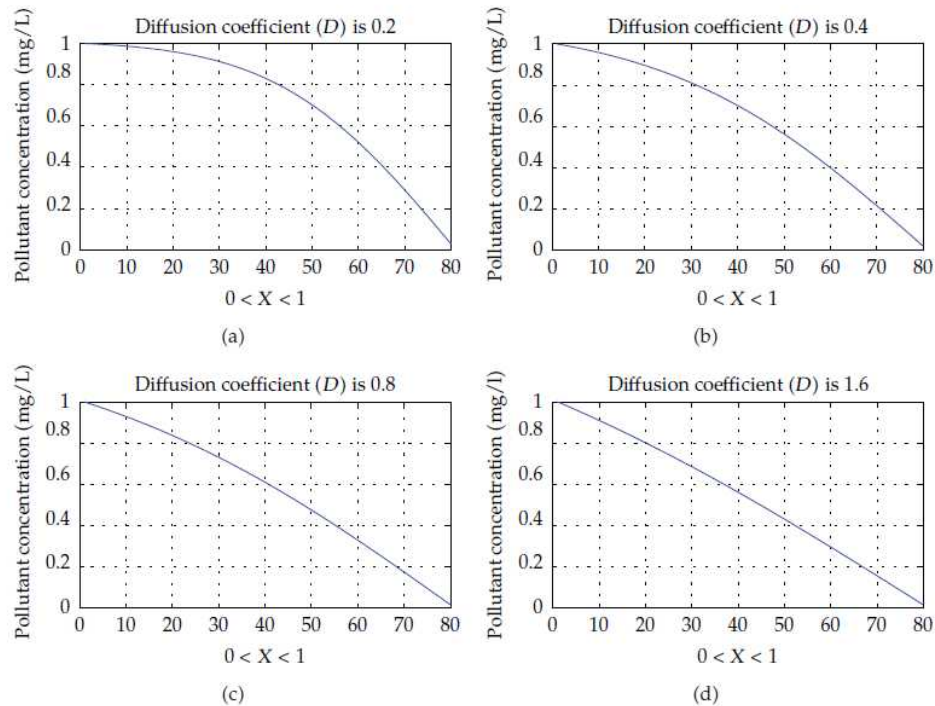
4.1 ตัวอย่างงานวิจัยเพื่อการประเมินคุณภาพน้ำในลำน้ำ



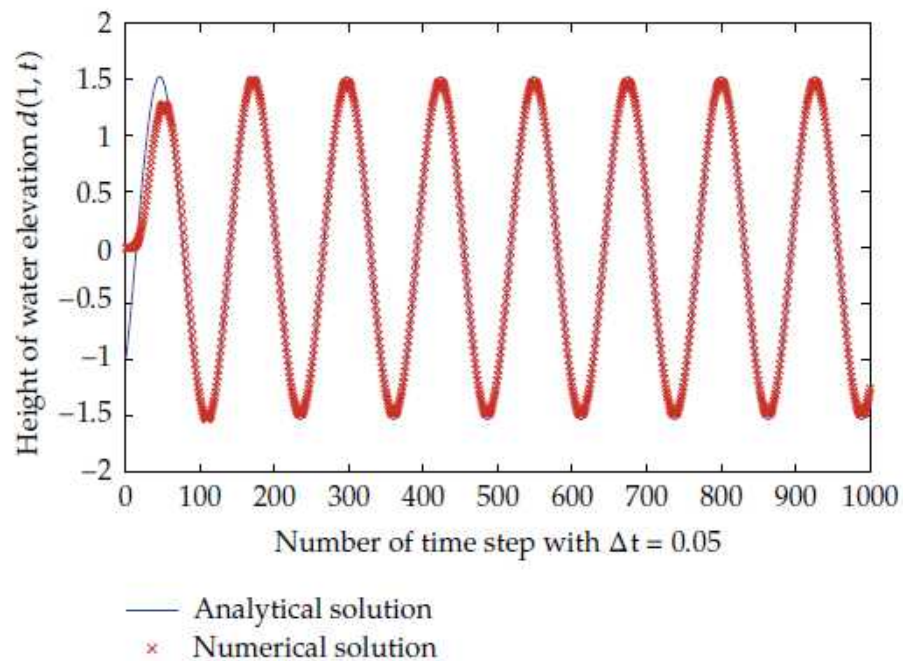
รูปที่ 12 ผลการคำนวณจากแบบจำลองความเร็วของกระแสในลำน้ำ (Pochai, 2011)



รูปที่ 13 ผลการคำนวณจากแบบจำลองของความเข้มข้นของมลพิษในลำน้ำ (Pochai, 2011)



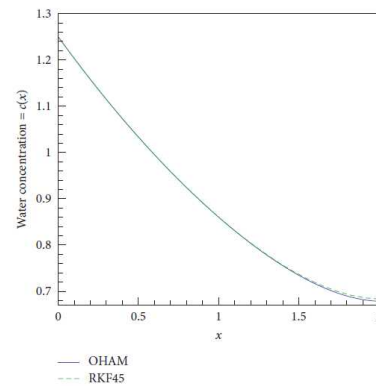
รูปที่ 14 ผลการจำลองแบบพบว่าความเข้มข้นของมลพิษแต่ละชนิดจะแตกต่างกันในแต่ละตำแหน่งจากการปล่อยน้ำเสียจากตำแหน่งเดียวกันในลำน้ำ (Pochai, 2011)



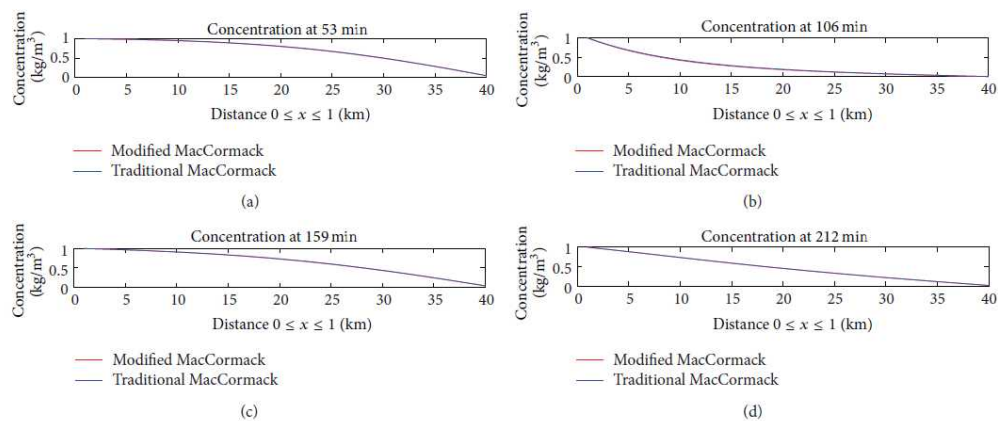
รูปที่ 15 แบบจำลองเชิงตัวเลขที่พัฒนาขึ้นให้ความแม่นยำในการคำนวณในลำน้ำ ที่แม่นยำในระดับที่เชื่อถือได้ (Pochai, 2011)

TABLE 1: Comparison of $c(x)$ via OHAM and numerical method.

x	RKF45	OHAM
0.0	1.2500	1.2500
0.1	1.2031	1.2031
0.2	1.1580	1.1580
0.3	1.1147	1.1146
0.4	1.0731	1.0731
0.5	1.0333	1.0332
0.6	0.9952	0.9951
0.7	0.9588	0.9588
0.8	0.9242	0.9242
0.9	0.8914	0.8913
1.0	0.8604	0.8602
1.1	0.8313	0.8310
1.2	0.8042	0.8037
1.3	0.7792	0.7784
1.4	0.7564	0.7553
1.5	0.7362	0.7347
1.6	0.7187	0.7167
1.7	0.7042	0.7016
1.8	0.6832	0.6899
1.9	0.6862	0.6821

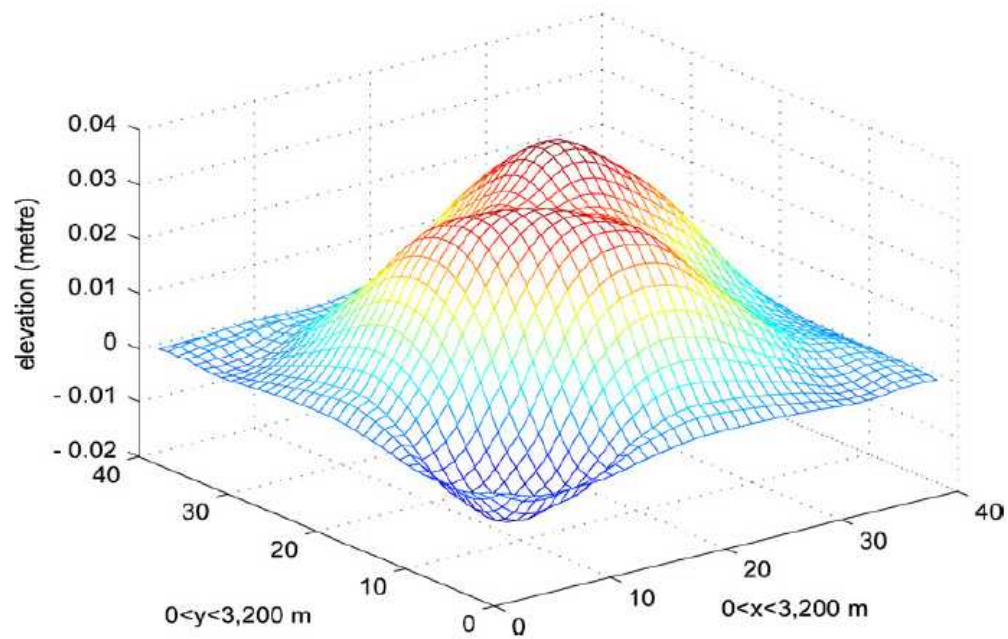


รูปที่ 16 การพัฒนาเทคนิคการประมาณค่าผลเฉลยของแบบจำลองในลำน้ำ (Pochai, 2013)

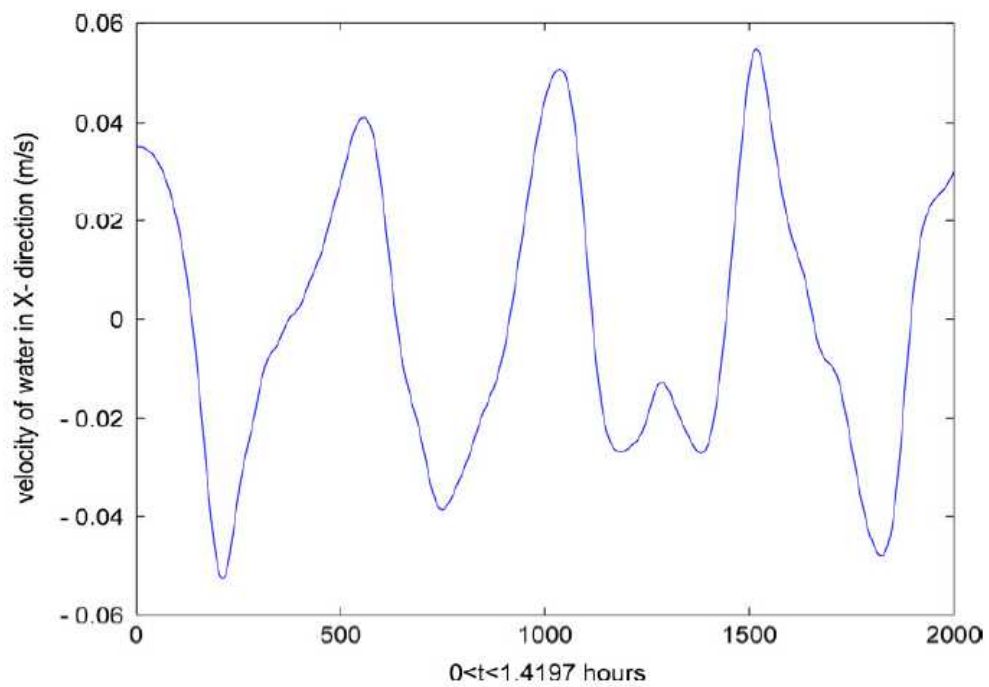


รูปที่ 17 งานวิจัยเพื่อการพัฒนาเทคนิคการประมาณค่าผลเฉลยของแบบจำลองมลพิษในลำน้ำเพื่อเพิ่มความแม่นยำ (Pochai, 2014)

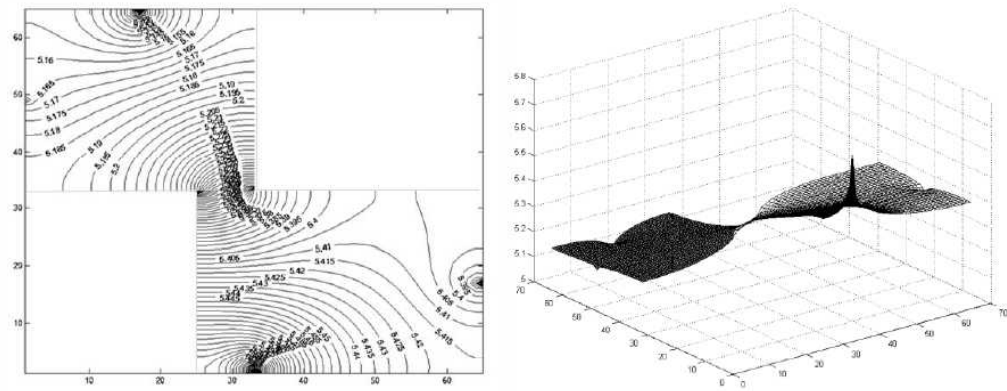
4.2 ตัวอย่างงานวิจัยเพื่อการประเมินคุณภาพน้ำในอ่างเก็บน้ำหรือทะเลสาบ



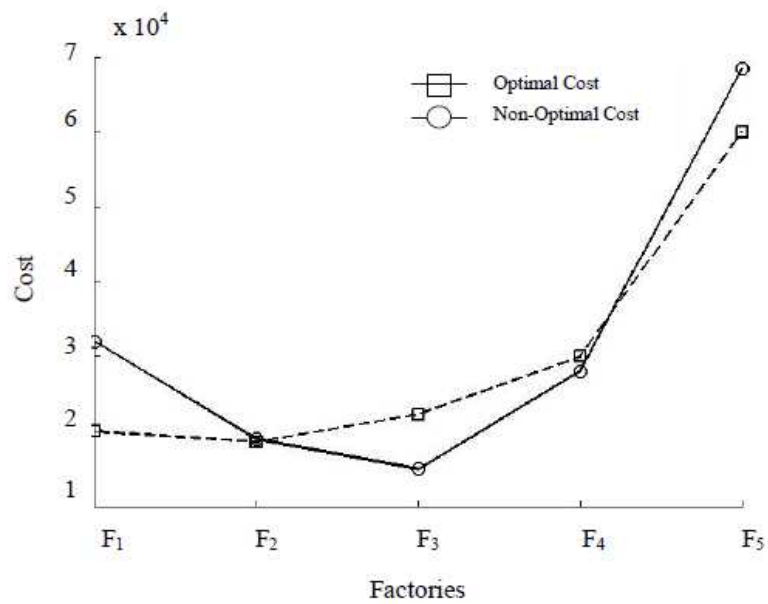
รูปที่ 18 การจำลองแบบการยกตัวของน้ำในแต่ละช่วงเวลาในทะเลสาบหรืออ่างเก็บน้ำ (Pochai, 2009)



รูปที่ 19 ความเร็วของกระแสน้ำในทะเลสาบในตำแหน่งหนึ่ง ในแต่ละช่วงเวลา (Pochai, 2009)



รูปที่ 20 ระดับความเข้มข้นของมลพิษที่คำนวณได้จากแบบจำลองในอ่างเก็บน้ำแก้มลิง (Pochai, 2016)



รูปที่ 21 การใช้เทคนิคการหาค่าเหมาะสมที่สุดเพื่อลดค่าใช้จ่ายในการบำบัดน้ำเสียให้ต่ำสุด (Pochai, 2016)

เอกสารอ้างอิง

- [1] Chapra, SC., Surface Water-Quality Modeling, Waveland Inc. 1997.
- [2] Zhen-Gang Ji, Hydrodynamics and water quality: modeling rivers, lakes, and estuaries, John Wiley & Soncs, 2008.
- [3] Mabood, F. and Pochai, N., Asymptotic Solution for a Water Quality Model in a Uniform Stream, International Journal of Engineering Mathematics, Volume 2013, Article ID 135140, 4 pages.
- [4] Pochai, N., A Numerical Treatment of Nondimensional Form of Water Quality Model in a Nonuniform Flow Stream Using Saul'yev Scheme, Mathematical Problems in Engineering, Volume 2011, Article ID 491317, 15 pages.
- [5] Pochai, N., Numerical Treatment of a Modified MacCormack Scheme in a Nondimensional Form of the Water Quality Models in a Nonuniform Flow Stream, Journal of Applied Mathematics, Volume 2014, Article ID 274263, 8 pages.
- [6] Pochai, N., A numerical computation of the non-dimensional form of a non-linear hydrodynamic model in a uniform reservoir, Nonlinear Analysis: Hybrid Systems 3 (2009) 463-466.
- [7] Kraychang, W. and Pochai, N., Implicit Finite Difference Simulation of Water Pollution Control in a Connected Reservoir System, IAENG International Journal of Applied Mathematics, 2016, 46:1, 47-57.
- [8] คู่มือการประเมินค่าปริมาณการไหลของน้ำด้วยวิธี Manning's formula, กลุ่มงานสารสนเทศและพยากรณ์น้ำ, ส่วนอุทกวิทยา, สำนักอุทกวิทยาและบริหารน้ำ, 2553.